RED BUILDING TEAM

قسم هندسة الحواسيب والأتمتة

السنة الثانية / الفصل الأول

التَحليل العَددِي

المحاضرة الرابعة

3 صفحات

الدكتور: صالح ملحم

التاريخ: ٢٠١٤/١٠/١٦

السرعة، الدقّة والتميُّز

لا تنسونا من دعائكم فنحنُ نحتاجه من قلوبكم ♥

/RedBuildingTeam

عملي :

الاستيفاء INTER POLATION

هو إيجاد المنحني او التابع الذي يمر من مجموعة من النقاط ويجب ان يتحقق هذا الشرط أي مروره بجميع النقاط وان يكون $y(i) = p(x_i)$ مهما كانت الأسباب

مثال :

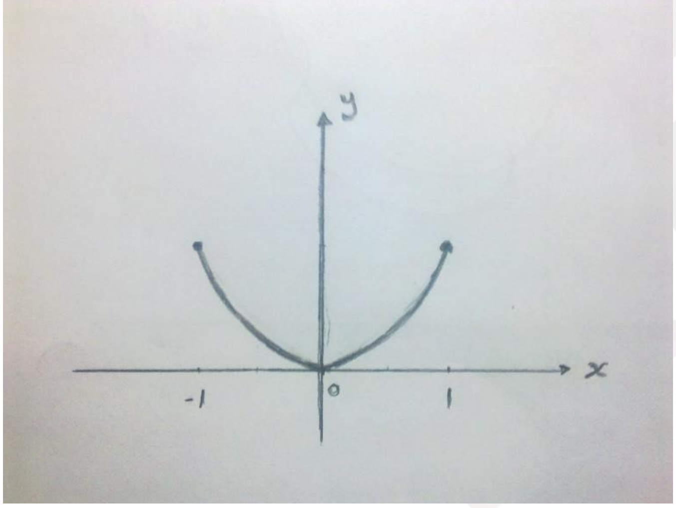
اوجد استيفاء النقاط (-1,1) ; (0,0) ; (1,1) ؟

$$P_2(X) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad *$$

$$y_0 = p_2(x_0)$$

$$1 = p_2(1)$$

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 \;\ldots\ldots(1)$$



$$y_1 = p_2(x_1)$$

$$0 = p_2(0)$$

$$0 = a_0 \;\ldots\ldots(2)$$

$$y_2 = p_2(x_2)$$

$$1 = p_2(-1)$$

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 \;\ldots\ldots(3)$$

ومن هنا لدينا ثلاث معادلات بثلاث مجاهيل فبالحل المشترك نجد :

$$0 = a_0 \;;\; 0 = a_1 \;; 1 = a_2$$

$\Leftarrow$نعوض في *

$$P_2(X) = 0 + 0x + 1\,x^2 \Longrightarrow P_2(X) = x^2$$

لا تنسوا زيارتنا على مواقع التواصل الإجتماعي

ملاحظة : بما ان لدينا ثلاث نقاط فسيكون كثير الحدود من الدرجة الثانية

الاستيفاء بطريقة لاغرانج :

ان كثير الحدود لاغرانج هو من الشكل :

$$P(X) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + \cdots \dots \dots + y_n L_n(x)$$

الشرط الذي وضعه لاغرانج هو التالي :

$$p_i(x_i) = \begin{bmatrix} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{bmatrix}$$

فمثلا : إذا عوضنا في كثيرات الحدود النقطة x_0

$$P(x_0) = y_0 L_0(x_0) + y_1 L_1(x_0) + \cdots \dots \dots + y_n L_n(x_0) = y_0$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

متوافق $\{ 1 \}$ $\qquad \{ 0 \}$ $\qquad \{ 0 \}$

أما إذا عوضنا في كثيرات الحدود النقطة x_1

$$P(x_1) = y_0 L_0(x_1) + y_1 L_1(x_1) + \cdots \dots \dots + y_n L_n(x_1) = y_1$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\{ 0 \} \qquad \{ 1 \} \qquad \{ 0 \}$$

قانون لاغرانج : $$p_i(\mathrm{x}) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}$$

سنحل المثال السابق على طريقة لاغرانج :

كانت النقاط هي : (1,1) ; (0,0) ; (-1,1)

وكثير حدود لاغرانج هو من الشكل :

$$P(X) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x) \ldots\ldots *$$

وهو من الدرجة الثانية لان درجته هي اقل من عدد النقاط المفروضة

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-0)(x+1)}{(1-0)(1+1)} = \frac{x^2+x}{2}$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-1)(x+1)}{(0-1)(0+1)} = \frac{x^2-1}{-1}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-1)(x-0)}{(-1-1)(-1-0)} = \frac{x^2-x}{2}$$

نعوض في *

$$P(X) = 1\left(\frac{x^2+x}{2}\right) + 0\left(\frac{x^2-1}{-1}\right) + 1\left(\frac{x^2-x}{2}\right)$$

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} = x^2$$

ملاحظة: لا داعي لحساب p_i (x) عندما تكون y_i النقطة تساوي الصفر

أرفع من قدر نفسك بالحديث إليها إيجابيا...

لا تنسوا زيارتنا على مواقع التواصل الإجتماعي